



۱ علوم تجربی

۳۰ سؤال

۳۰ سؤال

۱ در مدت زمان ۵ دقیقه‌ای مسابقه، نوک عقربه دقیقه‌شمار به اندازه $\frac{1}{12}$ محیط دایره پیموده است و شعاع این دایره همان طول عقربه‌شمار (۶cm) است.

$$\text{مسافت} = \frac{1}{12} \times (2\pi \times 6) = \pi \text{ cm}$$



۱ ۵

$$36 \text{ km/h} \div 3/6 = 10 \text{ m/s}$$

$$\text{شتاب متوسط} = \frac{\text{تغییرات سرعت}}{\text{زمان}} \Rightarrow a = \frac{v-10}{12}$$

$$v - 10 = 60 \Rightarrow v = 70 \text{ m/s}$$



۳ محاسبه شتاب در بازه صفر تا ۱۵ ثانیه:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow a = \frac{-10-15}{15-0} = \frac{-25}{15} = \frac{-5}{3} \text{ m/s}^2$$

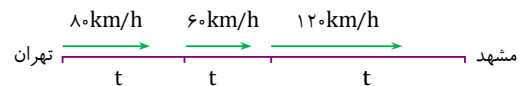
شتاب در بازه صفر تا t ثانیه:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow \Delta t = \frac{\Delta v}{a} \rightarrow t = \frac{-15}{\frac{-5}{3}} = \frac{-15 \times 3}{-5} = 9 \text{ s}$$



علوم تجربی

۳ ۱



$$v_{av} = \frac{80 \times t + 60 \times t + 120 \times t}{t+t+t} = \frac{260t}{3t} = 86.7 \text{ km/h}$$



۳ ۲

$$\Delta v = 72 \text{ km/h} - 36 \text{ km/h} = 36 \text{ km/h}$$

$$\text{تغییر سرعت} = 36 \text{ km/h} \times \frac{1}{3/6} = 10 \text{ m/s}$$

$$\text{شتاب متوسط} = \frac{\text{تغییر سرعت}}{\text{مدت زمان}} = \frac{10}{10} = 1 \text{ m/s}^2$$



۲ توجه کنید در بازه زمانی صفر تا ۱ ثانیه نمودار صعودی و پس

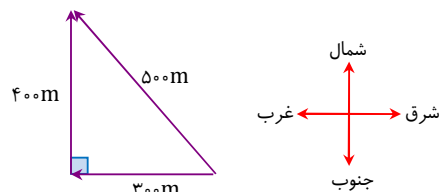
از آن نزولی است. در لحظه‌ای که جهت نمودار مکان- زمان تغییر می‌کند متحرک تغییر جهت داده است؛ پس تغییر جهت در $t = 1 \text{ s}$ رخ داده است.

$$v_{av} = \frac{x_1 - x_0}{1} \Rightarrow 10 = \frac{x_1 - 6}{1} \Rightarrow x_1 = 16 \text{ m}$$

همان‌طور که دیده می‌شود در همین لحظه متحرک در بیشترین فاصله از مبدأ قرار دارد.



۲. ۷



$$\text{جابه جایی} = \sqrt{300^2 + 400^2} = 500\text{m}$$

$$\text{سرعت متوسط} = \frac{\text{جابه جایی}}{\text{زمان}} = \frac{500}{50} = 10\text{m/s}$$



۱. ۸

$$\text{سرعت متوسط} = \frac{\text{جابه جایی}}{\text{مدت زمان صرف شده}} \rightarrow v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

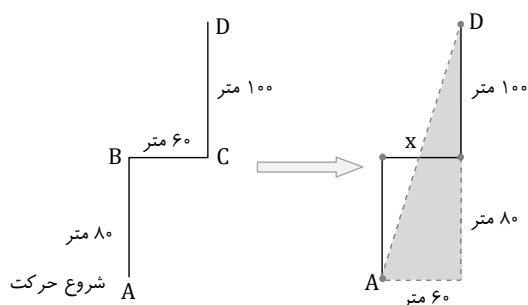
$$v = \frac{600 + 300}{45} = 20\text{m/s}$$

برای تبدیل m/s به km/h داریم:

$$20 \times \frac{3}{6} = 72\text{km/h}$$



۴. ۹



$$x^2 = 140^2 + 60^2$$

$$x = \sqrt{36000} \Rightarrow x \approx 190 \text{ متر}$$

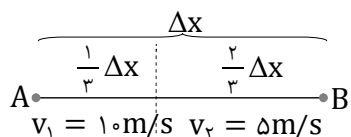


۴. ۱۰



۲. ۱۱

نکته مهم: چون زمان‌های حرکت با هم برابر نیست نمی‌توانیم میانگین سرعت را در نظر بگیریم.



$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_1 + x_2}{t_1 + t_2} = \frac{x_1 + x_2}{\frac{x_1}{v_1} + \frac{x_2}{v_2}} = \frac{\frac{1}{3}\Delta x + \frac{2}{3}\Delta x}{\frac{\frac{1}{3}\Delta x}{10} + \frac{\frac{2}{3}\Delta x}{5}}$$

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\frac{1}{3}\Delta x + \frac{2}{3}\Delta x} = \frac{\Delta x}{\frac{1}{3}\Delta x + \frac{4}{3}\Delta x} = \frac{\Delta x}{\frac{5}{3}\Delta x} = \frac{3}{5}\Delta x$$

$$\Rightarrow \bar{v} = 6\text{m/s}$$

راه تستی: هرگاه متحرکی $\frac{m}{n}$ مسیری را با سرعت v_1 و بقیه مسیر را با سرعت v_2 طی کند، سرعت متوسط از فرمول زیر به دست می‌آید:

$$\bar{v} = \frac{nv_1v_2}{(n-m)v_1 + mv_2}$$

$$\bar{v} = \frac{3 \times 10 \times 5}{3 \times 10 + 5} = \frac{150}{25} = 6\text{m/s}$$



۳. ۱۲

میدانسد

محیط نیم‌دایره برابر است با $(\frac{\pi \times \text{قطر}}{2})$

$$\begin{aligned} \text{تندی متوسط} &= \frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}} = \frac{\text{محیط نیم‌دایره}}{\text{زمان}} \\ &= \frac{\frac{4 \times \pi}{2}}{\frac{30}{60}} = \frac{2\pi}{1} = 4\pi \text{ m/min} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{سرعت متوسط} &= \frac{\text{جابه جایی}}{\text{زمان}} = \frac{\text{قطر دایره}}{\text{زمان}} \\ &= \frac{4}{30} = \frac{4}{15} = 4\text{m/min} \end{aligned}$$



۱ فقط جمله «پ» نادرست است. مسافت و جابه‌جایی هر دو از جنس طول‌اند.





۱۴. ۱

میدانید

به برداری که نقطه شروع حرکت را به نقطه پایان حرکت وصل می‌کند، بردار جابه جایی گفته می‌شود.

$$s_1 = \frac{\ell_1}{t_1} \rightarrow 10 = \frac{\ell_1}{3} \rightarrow \ell_1 = 30 \text{ m}$$

$$s_2 = \frac{\ell_2}{t_2} \rightarrow 15 = \frac{\ell_2}{5} \rightarrow \ell_2 = 75 \text{ m}$$

$$s = \frac{\Delta \ell}{\Delta t} \rightarrow \text{تندی متوسط} = \frac{\text{مسافت‌های طی شده}}{\text{مجموع زمان طی شده}}$$

$$s = \frac{30+75}{3+5} = 13/125 \text{ m/s}$$



محاسبه جابه جایی‌ها:
حالت A:

$$\text{جابه جایی} = x_2 - x_1 = 9 - 4 = 5 \text{ m}$$

حالت B:

$$\text{جابه جایی} = x_2 - x_1 = -8 - (-4) = -4 \text{ m}$$

حالت C:

$$\text{جابه جایی} = x_2 - x_1 = 2 - (-2) = 4 \text{ m}$$

حالت D:

$$\text{جابه جایی} = x_2 - x_1 = -2 - 4 = -6 \text{ m}$$

حالت E:

$$\text{جابه جایی} = x_2 - x_1 = 4 - (-4) = 8 \text{ m}$$

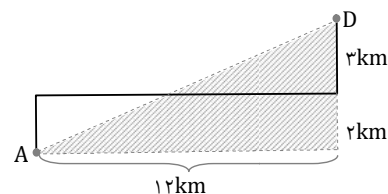
فقط جمله «پ» درست است.



۱۵. ۴

میدانید

جابجایی به فاصله مستقیم بین دو نقطه گفته می‌شود ولی مسافت کل مسیر طی شده است. مثلاً اگر فردی از خانه به دانشگاه برود. سپس به سر کار برود. سپس سری به دوستش بزند و در راه میوه بخرد و در نهایت به خانه برگردد، جابجایی او صفر است. زیرا مبدأ حرکت و مقصد او یکی بوده (خانه). در حالی که این فرد ممکن است چندین کیلومتر طی کرده باشد.



$$x^2 = 5^2 + 12^2$$

$$x = \sqrt{169} = 13 \text{ km}$$



۱۶. ۴

میدانید

سرعت متوسط به میزان جابجایی متحرک در بازه زمانی صرف شده گفته می‌شود.

$$\text{سرعت متوسط} = \frac{\text{جابه جایی}}{\text{زمان}} \quad v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{سرعت متوسط در کل مسیر} &= \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \\ &= \frac{40 - 5}{10 - 0} = 3/5 \text{ m/s} \\ \text{سرعت متوسط در ۵ ثانیه اول} &= \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \\ &= \frac{15 - 5}{5 - 0} = 2 \text{ m/s} \end{aligned} \right\}$$

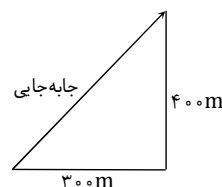
$$\Rightarrow \frac{3/5}{2} = 1/75$$



۱۸. ۴

میدانید

- ۱- به برداری که نقطه شروع حرکت را به نقطه پایان حرکت وصل می‌کند، بردار جابه‌جایی گفته می‌شود.
- ۲- کل مسیر طی شده بین شروع تا پایان حرکت را مسافت پیموده شده می‌نامند.



$$\text{مسافت} = \text{طول مسیر حرکت} = 300\text{m} + 400\text{m} = 700\text{m}$$

$$\text{اندازه جابه‌جایی} = \sqrt{(300\text{m})^2 + (400\text{m})^2} = 500\text{m}$$



۱۹. ۳

میدانید

- ۱- به برداری که نقطه شروع حرکت را به نقطه پایان حرکت وصل می‌کند، بردار جابه‌جایی گفته می‌شود.
- ۲- سرعت متوسط به میزان جابه‌جایی متحرک در بازه زمانی صرف شده گفته می‌شود.

۲۱. ۴

$$\frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}} = \frac{2AB}{8} \Rightarrow 10 = \frac{2AB}{8}$$

$$2AB = 80 \Rightarrow AB = 40\text{m}$$

سرعت متوسط در کل مسیر صفر است. زیرا جابه‌جایی متحرک در کل صفر است.



۲۲. ۲

$$\frac{\text{جابه‌جایی}}{\text{زمان}} = \frac{200}{10} = 20\text{m/s}$$

$$\frac{v-1}{10} \Rightarrow v-1 = 10 \times 2$$

سرعت نهایی $v = 21\text{m/s}$



«در سوال منظور از طول جاده کوهستانی همان مسافت است و فاصله مستقیم بین دو شهر، همان جابه‌جایی است.»

$$\frac{\text{جابه‌جایی}}{\text{زمان}} = \text{سرعت متوسط}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

$$\frac{\text{جابه‌جایی}}{\text{زمان}} = \text{سرعت متوسط} = \frac{80\text{km}}{20\text{h}} = 40\text{km/h}$$





۲۷. ۴ و ۳ متر افقی برای هر چهار مسیر یکسان است. پس ملاک مقایسه قسمت وسط است.

$$\pi \times r \approx 3r$$

$$12m = 3 \times 4 \text{ (الف)}$$

(شعاع نیم‌دایره طبق فیثاغورس، ۴m است.)

$$5 + 5 = 10m \text{ (ب)}$$

$$2 + 6 + 2 = 10m \text{ (پ)}$$

$$3r + 3r' = 3(r + r') = 3 \times 3 = 9m \text{ (ت)}$$

الف < پ و ب < ت : مقایسه نهایی مسافت‌ها



۲۸. ۳ نزدیک‌شدن به مقصد مفهوم سرعت متوسط را در پی دارد.

$$36km/h \xrightarrow{\div 3.6} 10m/s$$

$$\text{جابه‌جایی (m)} = \frac{\text{سرعت متوسط}}{\text{زمان (s)}} \Rightarrow 10 = \frac{\text{جابه‌جایی}}{20 \times 60}$$

$$\Rightarrow \text{جابه‌جایی} = 12000m = 12km$$



۲۹. ۱

$$\frac{\text{جابه‌جایی}}{\text{مسافت}} = \frac{12}{12+2+2(2 \times \pi \times 3)+2}$$

$$= \frac{12}{12+2+36+2} = \frac{12}{52} = \frac{3}{13}$$



۳۰. ۳

$$\text{سرعت متوسط} = \frac{\text{جابه‌جایی}}{\text{مدت زمان}} = 90km/h$$

$$30 \times \frac{1 \text{ ساعت}}{60 \text{ دقیقه}} = 0.5h$$

$$\text{مدت زمان} \times \text{سرعت متوسط} = \text{جابه‌جایی}$$

$$= 90km/h \times 0.5h = 45km$$

سوال جابه‌جایی را برحسب متر خواسته است:

$$45km \times \frac{1000m}{1km} = 45000m$$



۳۱. ۲ موارد الف و ب صحیح‌اند.

امکان ندارد مسافت و جابه‌جایی در حرکت دایره‌ای با هم برابر باشند.

پس سرعت و تندی هم ممکن نیست برابر شوند.



۳۲. ۳ نقطه انتهایی قطار را در نظر بگیرید. از لحظه ورود قطار به پل تا خروج آن، این نقطه (۵۰ + ۹۰) یعنی ۱۴۰ متر طی می‌کند.

$$\text{تندی} = \frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}} \Rightarrow \text{زمان} = \frac{\text{مسافت}}{\text{تندی}}$$

$$\text{زمان} = \frac{140}{10} = 14s$$



۳۳. ۲ مسیر رفت و برگشت را هر کدام X در نظر بگیرید.

$$\text{زمان} = \frac{\text{مسافت}}{\text{تندی}}$$

$$\text{تندی کل} = \frac{\text{مسافت کل}}{\text{زمان کل}} = \frac{\text{مسافت رفت} + \text{مسافت برگشت}}{\text{زمان برگشت} + \text{زمان رفت}}$$

$$= \frac{\frac{X+X}{\frac{X}{10} + \frac{X}{20}}}{\frac{2X}{\frac{20}{20} + \frac{20}{20}}} = \frac{2X}{\frac{20}{20} + \frac{20}{20}} = \frac{40X}{3X} = \frac{40}{3} m/s$$



۳۴. ۴



اگر مسیر حرکت مستقیم و بدون تغییر جهت باشد:

اندازه سرعت متوسط = اندازه تندی متوسط

توجه کنید که در گزینه «۲» ممکن است متحرک تغییر جهت داده باشد.

